

© 2015北京语言大学出版社, 社图号15225

图书在版编目 (CIP) 数据

数学一点通 / 郭飞主编; 任卫云等编. —北京:
北京语言大学出版社, 2016.1
(来华留学生专业汉语学习丛书. 科技汉语系列)
中国政府奖学金生专用教材
ISBN 978-7-5619-4309-0

I. ①数… II. ①郭… ②任… III. ①数学—汉语—
对外汉语教学—教材 IV. ①H195.4

中国版本图书馆CIP数据核字 (2015) 第271922号

书 名: 数学一点通
SHUXUE YI DIAN TONG

责任印制: 姜正周

出版发行: **北京语言大学出版社**

社 址: 北京市海淀区学院路15号, 100083

网 址: www.blcup.com

电子信箱: service@blcup.com

电 话: 编辑部 8610-82303647 / 3592 / 3395

国内发行 8610-82303650 / 3591 / 3648

海外发行 8610-82303365 / 3080 / 3668

北语书店 8610-82303653

网络咨询 8610-82303908

印 刷: 北京中科印刷有限公司

经 销: 全国新华书店

版 次: 2016年1月第1版 2016年1月第1次印刷

开 本: 787毫米×1092毫米 1/32 印张: 12.5

字 数: 393千字

定 价: 49.00元

PRINTED IN CHINA

<http://www.purpleculture.net>

前言

本书是来华留学生理工科数学学习的必备工具书，也是中国教育部“中国政府奖学金来华留学生预科教育”项目的推荐用书，适合零起点或稍有汉语基础的留学生使用。

本书分为四个部分：基础知识篇、词汇篇、常用表达篇和符号篇。涵盖了高中的绝大部分知识点以及大学公共数学的常用基础知识点，精心收录了代数、解析几何、立体几何、概率与统计、微积分五个方面的知识点及数学专业词语，归纳了数学课常用的表达格式，汇总了数学常用符号。本书融数学知识和科技汉语知识于一体，不仅有助于巩固和提高学习者的数学知识水平，而且能够提高学习者的科技汉语表达能力，切实帮助留学生解决数学学习过程中遇到的语言障碍。

本书由天津大学理学院数学教师郭飞担任主编，负责全书的统稿、审定。基础知识篇中的代数、解析几何、立体几何、概率与统计、微积分的编写工作分别由天津大学理学院的郭飞、任卫云、曾红刚、王勇和于鲁源五位数学老师负责。书中的“词汇篇”和“常用表达篇”由以上五位老师分别从各自负责编写的数学知识中摘取、整理、翻译及加注汉语拼音，全书的拼音和“常用表达篇”中的汉语知识部分由从事预科汉语教学的天津大学国际教育学院王业奇老师负责审定和修改。本书的编写人员都是多年从事数学教学和汉语教学的教师，其中数学教师既从事预科数学教学，也从事大学本科公共数学以及专业数学的教学。

本书可以与《来华留学生专业汉语学习丛书——数学》配套使用，也可独立使用。

对于书中的不足之处，恳请使用本书的广大读者和教师提出建议，以便做进一步改进。

编者

Preface

This is a dictionary specially designed for international students with little or no Chinese learning experience who are going to study mathematics and science in China. It is also recommended by Preparatory Education Program for Undergraduate Foreign Students Funded by the Chinese Government Scholarship.

This book is divided into four parts, respectively introducing the basic knowledge, vocabulary, common expressions, and symbols. It covers most of the important knowledge taught in high school mathematics classes and the common basic knowledge in college mathematics, meticulously collecting knowledge points in five aspects, namely Algebra, Analytic Geometry, Solid Geometry, Probability and Statistics, and Calculus. There are mathematical terms, common expressions used in mathematical classes, and common mathematical symbols in it. This book integrates mathematics with Chinese for science and technology, which not only consolidates and improves international students' mathematics, but also improves their abilities to use Chinese for science and technology, helping them remove the language barrier when studying mathematics.

Guo Fei, the Lead Author from the School of Science, Tianjin University, is responsible for compiling and proofreading this book. Guo Fei, Ren Weiyun, Zeng Honggang, Wang Yong and Yu Luyuan are respectively responsible for writing the parts of Algebra, Analytic Geometry, Solid Geometry, Probability and Statistics, and Calculus of the “Basic Knowledge” chapter. The chapters of “Vocabulary” and “Common Expressions” are composed of the knowledge of

mathematics extracted, sorted out, translated and annotated with *pinyin* by the five teachers above. Wang Yeqi, who has been teaching a preparatory education program at the International Education College of Tianjin University, is in charge of proofreading and revising *pinyin* in this book and the Chinese knowledge in “Common Expressions”. All the writers have been teaching mathematics or Chinese for years, among whom the mathematics teachers not only teach preparatory education programs, but also college mathematics and specialized mathematics in undergraduate programs.

This can either be used as a book supporting *A Series of Specialized Chinese Textbooks for Foreigners Studying in China—Mathematics* or be used independently.

We sincerely look forward to your comments and suggestions so that we may further improve this book in future revisions.

The writers

使用说明

本书针对来华学习理工科专业的留学生的特点，设计了四大板块：

一、基础知识板块

基础知识部分按照知识体系分为代数、解析几何、立体几何、概率与统计、微积分五个部分，以高中数学知识为主体，向初中和大学分别进行延伸。每一部分内容分别有三项功能：

【知识点】系统归纳数学基本概念、公式等，便于学生在较短时间内复习和巩固已经学过的数学知识。加“⊕”的为大学阶段学习内容，不要求掌握。

【重要提示】针对每章各小节较难理解或容易混淆的概念、性质、表示法等内容进行汇总提示。

“知识点”和“重要提示”中的汉字全部标上了汉语拼音，数学专业词汇、常用表达格式在文中用下画线表示，如：

yì bān de mǒu xiē zhǐ dìng de duì xiàng jí zài yì qǐ jiù chéng wéi
一 般 地 ， 某 些 指 定 的 对 象 集 在 一 起 就 成 为
yí ge jí hé yě jiǎn chēng jí jí hé zhōng de měi ge duì xiàng
一 个 集 合 ， 也 简 称 “ 集 ” 。 集 合 中 的 每 个 对 象
jiào zuò zhè ge jí hé de yuán sù
叫 作 这 个 集 合 的 元 素 。

上例中，“元素”是数学专业词汇，用“ ”表示，其英文翻译可在词汇篇中用拼音检索到，“简称”是数学常用表达格式，用“ ”表示，其英文翻译及示例可在常用表达篇中用拼音检索到。

【应用举例】“应用举例”中给出例题及解题步骤，旨在使留学生了解汉语中数学题的表述方式及解题步骤。“应用举例”部分生词给出拼音。

二、词汇板块

词汇部分的词语均出自基础知识篇，是学习数学最为常用的普通词汇和重要的专业词汇（标“*”的为专业词汇）。掌握这些词语有助于扫清数学学习过程中的词汇障碍。该部分有拼音和英文两种检索方式。

【拼音检索】“拼音检索”分为四个部分：汉语拼音、汉语词语、英文翻译及某词语在基础知识篇中首次出现的页码。如：

拼音检索

（标“*”的为专业词汇）

D			
dìng yì	定义	definition	2
F			
fēi fù zhěng shù jí	*非负整数集	the set of all non-negative integers	3

上例中，“定义”为常用普通词语，“非负整数集”为数学专业词语（以“*”标注）。

【英文检索】“英文检索”分为四个部分：英文翻译、汉语词语、汉语拼音及某个词语在基础知识篇中首次出现的页码。如：

英文检索

（The words with “*” are terminologies）

T			
to belong to	属于	shǔ yú	3

E			
element	*元素	yuán sù	2

三、常用表达板块

附录中的常用表达索引表既给出了数学常用表达格式的汉语拼音，又给出了相应的英语翻译，还给出了汉语解释以及例句。“常用表达”部分出现的格式均出自基础知识篇，所给例句 1 是出自基础知识板块的原句。该部分有拼音和英文两种检索方式。

【拼音检索】“拼音检索”分为六个部分：序号、常用格式、汉语拼音、英文翻译、词语在基础知识篇首次出现的页码、中文解释及示例。如：

拼音检索

J

jiǎn chēng
25. 简称 : to abbreviate 2

解释：数学中给出定义时的常用词语。

例句 1：全体非负整数的集合通常简称为非负整数集。

例句 2：科学技术通常简称为科技。

例句 3：天津大学常简称为天大。

上例中，“25”表示常用表达格式的序号，“2”代表这个格式在基础知识篇首次出现的页码。

【英文检索】“英文检索”也分为六个部分：序号、英文翻译、汉语词语、汉语拼音、词语在基础知识篇首次出现的页码以及中文解释及示例。如：

英文检索

I

23. (一般地,)……叫作 A : (generally,) ... is called / referred to as A 2

解释：这是数学中给出定义时常用的句式。

例句 1：集合中的每个对象叫作这个集合的元素。

例句 2：一般地，含有有限个元素的集合叫作有限集。

例句 3：一般地，我们把锐角三角形和钝角三角形合起来叫作斜三角形。

四、符号板块

附录中的常用数学符号表汇总了常用数学符号的写法，分为代数符号、解析几何符号、立体几何符号、概率与统计符号、微积分符号五个部分，分别列表表示。如：

代数符号

shù xué fú hào 数 学 符 号	fú hào hán yì 符 号 含 义	Hàn yǔ dú fǎ 汉 语 读 法	Yīng yǔ dú fǎ 英 语 读 法
Z	整数集	<i>z</i>	<i>z</i>
N	非负整数集/ 自然数集	<i>n</i>	<i>n</i>
N[*] / N₊	正整数集	<i>xīng</i> / <i>zhèng</i> <i>n</i> 星 / <i>n</i> 正	<i>n</i> star / <i>n</i> plus

需要说明的是，在汉语中，符号的读法是字母按国际音标读，汉字按汉语拼音读，特殊标记的按其特征来读，如：*n* 读作 [n]，“的”读作 de，“*”读作 *xīng*，“+”读作 *zhèng*。

Directions for use

This book, based on the characteristics of international students majoring in science and engineering in China, includes the following four units:

1. Basic Knowledge

Based on the knowledge system, the book divides the basic mathematical knowledge into five parts, namely Algebra, Analytic Geometry, Solid Geometry, Probability and Statistics, and Calculus. It mostly consists of high school mathematics and includes middle school mathematics and college mathematics as well. Each part is divided into three functions:

【 Knowledge points 】 This part systematically summarizes the basic mathematical concepts and formulas, facilitating students' review and consolidation of the mathematical knowledge they've already learned within a short time. The words with “” are not compulsory to master, since they are going to be taught at college.

【 Important notes 】 This part provides tips about the difficult or confusable concepts, characteristics, expressions and other aspects in each chapter.

All the words in “Knowledge points” and “Important notes” are marked with Chinese *pinyin*. Mathematical terms and common expressions are respectively marked with “~~~~” and “___”. For example,

yì bān de , mǒu xiē zhǐ dìng de duì xiàng jí zài yì qǐ jiù chéng wéi
一般地 , 某些指定的对象集在一起就成为

yí ge jí hé , yě jiǎn chēng “ jí ” . jí hé zhōng de měi ge duì xiàng
一个集合，也简称“集”。集合中的每个对象
jào zuò zhè ge jí hé de yuán sù
叫作这个集合的元素。

In the example above, “元素(element)” is a mathematical term marked with “ ”, whose English translation can be found in the “Vocabulary” using *pinyin*. “简称” is a common expression, marked with “ ”, whose English translation and illustrative examples can be found in the “Common Expressions” using *pinyin*.

【 Illustrative examples 】 Illustrative examples and answers to questions are provided to help international students learn the mathematical expressions in mathematical questions. Some new words in this part are marked with *pinyin*.

2. Vocabulary

All the words in Appendix 1 in this book are chosen from the “Basic Knowledge”. They are the most commonly-used words and important terminologies (the words with “*” are terminologies) for international students to learn mathematics and help them overcome the obstacles in vocabulary. They can be indexed using *pinyin* and English.

【 *Pinyin* index 】 *Pinyin* index is divided into four parts: Chinese *pinyin*, Chinese words, English translations, and the page numbers indicating their first appearances in the “Basic Knowledge”. For example,

Pinyin index

(The words with “*” are terminologies)

D			
dìng yì	定义	definition	2
F			
fēi fù zhěng shù jí	*非负整数集	the set of all non-negative integers	3

In the example above, “定义 (definition)” is a common word, while “非负整数集” is a mathematical term (marked with “*”).

【 English index 】 English index is divided into four parts: English translations, Chinese words, Chinese *pinyin*, and the page numbers indicating their first appearances in the “Basic Knowledge”. For example,

English index

(The words with “*” are terminologies)

T			
to belong to	属于	shǔ yú	3
E			
element	*元素	yuán sù	2

3. Common Expressions

The common expressions in Appendix 2 in this book provide the Chinese *pinyin* and the corresponding English translations of the common mathematical expressions as well as the Chinese

connotations and the sample sentences. All the formats in the “Common Expressions” are chosen from the “Basic Knowledge” chapter and the Example 1 in each entry is based on the sentence in the “Basic Knowledge” chapter. They can be indexed using *pinyin* and English.

【*Pinyin* index】*Pinyin* index is divided into six parts: serial numbers, the common formats, the page numbers indicating their first appearances in the “Basic Knowledge” chapter, Chinese *pinyin*, English translations, Chinese connotations and illustrative examples. For example,

***Pinyin* index**

J

25. jiǎn chēng 简称 : to abbreviate 2

解释：数学中给出定义时的常用词语。

例句 1：全体非负整数的集合通常简称为非负整数集。

例句 2：科学技术通常简称为科技。

例句 3：天津大学常简称为天大。

In the example above, “25” indicates the serial number of the common expression, while “2” indicates the number it first appears in the “Basic Knowledge”.

【English index】English index is divided into six parts: the serial numbers, English translations, Chinese words, Chinese *pinyin*, page numbers indicating their first appearances in the “Basic Knowledge”, and Chinese connotations and illustrative examples. For example,

English Index

I

23. (一般地,)……^{yì bān de}叫作^{jiào zuò} A: (generally,) ... is called / referred to as A 2

解释: 这是数学中给出定义时常用的句式.

例句 1: 集合中的每个对象叫作这个集合的元素.

例句 2: 一般地, 含有有限个元素的集合叫作有限集.

例句 3: 一般地, 我们把锐角三角形和钝角三角形合起来叫作斜三角形.

4. Symbols

The symbols in Appendix 3 in this book collects the frequently-used mathematical symbols of Algebra, Analytic Geometry, Solid Geometry, Probability and Statistics, and Calculus. These symbols are sequenced according to their appearances in the chapters.

Algebraic symbols

shù xué fú hào 数 学 符 号	fú hào hán yì 符 号 含 义	Hàn yǔ dú fǎ 汉 语 读 法	Yīng yǔ dú fǎ 英 语 读 法
Z	整数集	<i>z</i>	<i>z</i>
N	非负整数集/ 自然数集	<i>n</i>	<i>n</i>
N[*] / N₊	正整数集	xīng / zhèng <i>n</i> 星 / <i>n</i> 正	<i>n</i> star / <i>n</i> plus

It is noteworthy that the Chinese pronunciation of a symbol is marked based on the international phonetic system; a Chinese character is marked with *pinyin*, and a special symbol is pronounced based on its characteristics. For example, *n* is pronounced as [n], “的” is pronounced as de, “*” is pronounced as xīng, and “+” is pronounced as zhèng.

目 录

第一部分 代数

第一章 集合和不等式 Sets and Inequalities

1.1 集合	2
1.2 不等式的性质	8
1.3 一元二次不等式	11
1.4 分式不等式	14
1.5 绝对值不等式	16

第二章 常用逻辑用语 Common Logical Terms

2.1 命题、充分条件和必要条件	19
2.2 简单的逻辑联结词	23
2.3 全称量词与存在量词	27

第三章 映射和函数 Mapping and Functions

3.1 映射和函数的概念	30
3.2 函数的单调性	32
3.3 函数的奇偶性	34
3.4 反函数	36
3.5 幂函数	38
3.6 指数函数	42
3.7 对数与对数函数	44

第四章	三角函数和反三角函数 Trigonometric Functions and Inverse Trigonometric Functions	
4.1	角的概念	48
4.2	任意角的三角函数	52
4.3	同角三角函数的基本关系式	55
4.4	诱导公式	55
4.5	正弦函数、余弦函数的图象和性质	57
4.6	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象	61
4.7	正切函数、余切函数的图象和性质	64
✪ 4.8	反三角函数	66
4.9	解三角形	70
第五章	两角和与差的三角函数 Trigonometric Functions of the Sum and Difference of Two Angles	
5.1	两角和与差的三角函数公式	74
5.2	二倍角公式和半角公式	75
5.3	三角函数的积化和差与和差化积公式	76
第六章	数列 Sequence of Numbers	
6.1	数列的概念	78
6.2	等差数列	80
6.3	等比数列	81
6.4	数列的极限和四则运算	83

第七章 复数 Complex Numbers

7.1 复数的概念	84
7.2 复数的加法与减法	87
7.3 复数的乘法与除法	88

第二部分 解析几何

第一章 向量代数 Vector Algebra

1.1 平面向量的线性运算	92
1.2 平面直角坐标系	97
1.3 平面向量的分解	101
1.4 向量的内积	103
1.5 两点间距离公式、线段的定比分点	104

第二章 平面上的直线 Lines on a Plane

2.1 直线的方程	106
2.2 平面直线间的平行和垂直	109
2.3 两条直线的夹角	110
2.4 点到直线的距离	112

第三章 平面上的圆锥曲线 Conic Sections on a Plane

3.1 圆的方程	113
3.2 椭圆的方程	114
3.3 双曲线的方程	117

3.4 抛物线的方程.....	121
第四章 参数方程和极坐标 Parametric Equations and Polar Coordinates	
✧ 4.1 曲线的参数方程.....	126
✧ 4.2 极坐标系.....	127
✧ 4.3 圆锥曲线的极坐标方程	131
第五章 空间解析几何 Space Analytic Geometry	
✧ 5.1 空间直角坐标系.....	135
✧ 5.2 向量的外积.....	140
✧ 5.3 平面的方程	142
✧ 5.4 空间直线的方程.....	146
✧ 5.5 曲面及其方程	151
第三部分 立体几何	
第一章 空间几何体 Spatial Geometric Solids	
1.1 空间几何体的结构.....	156
1.2 空间几何体的三视图和直观图	163
1.3 空间几何体的表面积与体积	166
第二章 空间直线和平面 Lines and Planes in Space	
2.1 平面及平面的基本性质.....	169
2.2 空间直线的位置关系	172

2.3 直线与平面的位置关系.....	175
2.4 平面和平面的位置关系.....	181

第四部分 概率、统计与线性规划

第一章 排列、组合与二项式定理 Permutations, Combinations and Binomial Theorem

1.1 加法原理与乘法原理.....	186
1.2 排列、排列数.....	188
1.3 组合、组合数.....	190
1.4 二项式定理.....	191

第二章 概率论基础 Foundations of Probability Theory

2.1 概率论的基本概念.....	194
2.2 概率的定义及其性质.....	199
2.3 离散型随机变量.....	203
2.4 离散型随机变量的期望与方差.....	206
2.5 正态分布.....	209

第三章 数理统计 Mathematical Statistics

3.1 基本概念.....	213
3.2 抽样理论.....	216
3.3 回归分析.....	221

第四章 线性规划 Linear Programs.....	224
-------------------------------	-----

第五部分 微积分

第一章 函数的极限 Limit of a Function

★ 1.1 函数的极限的定义.....	228
★ 1.2 极限的四则运算	232
★ 1.3 函数的连续性	233

第二章 导数 Derivatives

★ 2.1 导数的概念及其几何意义.....	238
★ 2.2 基本导数公式	241
★ 2.3 函数的求导法则	242

第三章 导数的应用 Applications of Derivatives

★ 3.1 函数的单调性.....	244
★ 3.2 函数的极值	245
★ 3.3 函数的最大值与最小值	248

第四章 定积分 Definite Integrals

★ 4.1 定积分的概念.....	251
★ 4.2 定积分的性质	255
★ 4.3 微积分学基本定理	258

附录1	专业词汇表	
	Vocabulary	261
	汉—英专业词汇表	261
	英—汉专业词汇表	290
附录2	常用表达	
	Common Expressions	319
	拼音检索	319
	英文检索	341
附录3	数学常用符号	
	Symbols	363

第一部分

代数

第一章

集合和不等式

Sets and Inequalities

1.1 集合

知识点 Knowledge points

1. 集合的定义

yì bān de mǒu xiē zhǐ dìng de duì xiàng jí zài yì qǐ jiù
一般地，某些指定的对象集在一起就
chéng wéi yí ge jí hé yě jiǎn chēng jí jí hé zhōng de měi
成为一个集合，也简称“集”。集合中的每
ge duì xiàng jiào zuò zhè ge jí hé de yuán sù
个对象叫作这个集合的元素。

2. 集合的表示方法

yì bān de wǒ men yòng dà kuò hào biǎo shì jí hé wèi le
一般地，我们用大括号表示集合。为了
fāng biàn hái jīng cháng yòng dà xiě de yīng wén zì mǔ biǎo shì jí hé
方便，还经常用大写的英文字母表示集合。
lì rú $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. jí hé de yuán sù cháng yòng xiǎo xiě
例如， $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。集合的元素常用小写
de yīng wén zì mǔ biǎo shì
的英文字母表示。

3. 集合的分类

集合按照元素的个数分为有限集和无限

集. 含有有限个元素的集合叫作有限集, 含有无限个元素的集合叫作无限集.

4. 常用的数集及其记法

整数集: 全体整数的集合, 记作 $\mathbf{Z}$.

非负整数集 (或者自然数集): 全体非负

整数的集合, 记作 $\mathbf{N}$.

正整数集: 非负整数集内除 0 之外的

集合, 记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$.

有理数集: 全体有理数的集合, 记作 $\mathbf{Q}$.

实数集: 全体实数的集合, 记作 $\mathbf{R}$.

5. 元素和集合的关系

如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于集

合 A , 记作 $a \in A$, 读作 “ a 属于 A ”.

若 a 不是集合 A 的元素, 则说 a 不属于

集合 A ，记作 $a \notin A$ (或 $a \notin A$)。

例如，如果 $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，那么 $5 \in B$ ， $\frac{3}{2} \notin B$ ；

又如， $6 \in \mathbf{N}$ ， $\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}$ ， $\frac{3}{2} \notin \mathbf{Z}$ 。

6. 集合与集合的关系

(1) 包含：一般地，对于两个集合 A 与 B ，

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元

素，那么就说明集合 A 包含于集合 B ，或集合

B 包含集合 A ，这时也说集合 A 是集合 B 的

子集，记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)；当集合 A 不包含

于集合 B ，或集合 B 不包含集合 A 时，记作

$A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$)。

(2) 相等：如果集合 A 的任何一个元素都

是集合 B 的元素，同时，集合 B 的任何一个

元素也都是集合 A 的元素，那么我们就说

集合 A 等于集合 B ，记作 $A = B$ ，并不考虑集

合中元素的顺序。

(3) 真子集：对于两个集合 A 与 B ，如果 $A \subseteq B$ ，并且 $A \neq B$ ，那么我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$)。

7. 全集与补集

一般地，设 S 是一个集合， A 是 S 的一个子集 (即 $A \subseteq S$)，由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫作 S 中子集 A 的补集 (或余集)，记作 $\complement_S A$ ，即 $\complement_S A = \{x | x \in S, \text{ 且 } x \notin A\}$ 。

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，那么这个集合就可以看作一个全集。例如，如果全集 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $A = \{1, 3, 5\}$ ，那么 $\complement_S A = \{2, 4, 6\}$ 。

8. 交集

由所有属于集合 A ，也属于集合 B 的元素组成的集合，叫作 A 与 B 的交集，记作 $A \cap B$ (读作“ A 交 B ”)，即， $A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$ 。

9. 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合，叫作 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$ (读作“ A 并 B ”), 即, $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$.

重要提示 Important notes

1. 我们把不含任何元素的集合叫作空集，记作 $\emptyset$.

2. 规定：空集是任何非空集合的真子集.

即，对于任何一个非空集合 A ，都有 $\emptyset \subsetneq A$.

3. 由集合的“包含”与“相等”的关系，可以得出下面的结论：

(1) 任何一个集合是其本身的子集. 即，对于任何一个集合 A ，有结论 $A \subseteq A$.

(2) 对于集合 A, B, C ，如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$ ，那么 $A \subseteq C$.

(3) 对于集合 A, B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$,

那么 $A=B$.

4. 由交集的定义容易知道, 对于任何集

合 A, B , 都有

$$A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A.$$

由并集的定义容易知道, 对于任何集合

A, B , 都有

$$A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A.$$

5. 形如 $2n(n \in \mathbb{Z})$ 的整数叫作偶数, 形如

$2n+1(n \in \mathbb{Z})$ 的整数叫作奇数. 全体偶数的集合

简称偶数集, 全体奇数的集合简称奇数集.

应用举例 Illustrative examples

例1 设 $A = \{x | x \text{ 是等腰三角形}\}$, $B = \{x | x \text{ 是直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

注: “等腰三角形”是指有两条边相等的三角形, “直角三角形”是指有一个角是 90° 的三角形, “等腰直角三角形”是指有一个角是 90° , 并且两条边相等的三角形.

解: $A \cap B = \{x | x \text{ 是等腰三角形}\} \cap \{x | x \text{ 是直角}\}$

三角形 $\} = \{ x | x \text{ 是等腰直角三角形} \}$.

例 2 已知 $A = \{ x | x \text{ 是锐角三角形} \}$, $B = \{ x | x \text{ 是钝角三角形} \}$, 求 $A \cup B$.

注: 三角形按照角的大小分类为:

三角形 $\left\{ \begin{array}{l} \text{锐角三角形, 是指三个角都小于 } 90^\circ \text{ 的三角形.} \\ \text{直角三角形, 是指有一个角是 } 90^\circ \text{ 的三角形.} \\ \text{钝角三角形, 是指有一个角大于 } 90^\circ \text{ 的三角形.} \end{array} \right.$

解: $A \cup B = \{ x | x \text{ 是锐角三角形} \} \cup \{ x | x \text{ 是钝角三角形} \} = \{ x | x \text{ 是斜三角形} \}$.

1.2 不等式的性质

知识点 Knowledge points

1. 数轴的定义

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫作数轴. 如图 1 所示, O 是原点.



图 1 数轴